

بررسی محدودیت‌های کاربردی توابع توانی در توصیف توزیع اندازه ذرات اولیه خاک

محمدتقی تیرگر سلطانی^{۱*}، علی اصغر ذوالفقاری، منوچهر گرجی و مهدی شرفا

کارشناس ارشد گروه مهندسی علوم خاک دانشگاه تهران؛ stsoltani@ut.ac.ir

دانشجوی دکتری گروه مهندسی علوم خاک دانشگاه تهران؛ azolfaghari@ut.ac.ir

دانشیار گروه مهندسی علوم خاک دانشگاه تهران؛ mgorji@ut.ac.ir

دانشیار گروه مهندسی علوم خاک دانشگاه تهران؛ mshorafa@ut.ac.ir

چکیده

توابع توانی به خصوص مدل‌های فرکتالی جرم-پایه، به وفور در توصیف و کمی کردن توزیع اندازه ذرات خاک مورد استفاده قرار گرفته‌اند. محققین بسیاری نشان داده‌اند که با فرض یکسان بودن جرم مخصوص ذرات در تمام بخش‌های اندازه‌ای، نسبت جرم تجمعی ذرات به قطر آنها با مقیاس ثابتی که آن را بعد فرکتالی (D) می‌نامند، تغییر می‌کند. اما برخی از گزارشات موجود نیز نشان می‌دهند که استفاده از این مدل‌ها در توصیف توزیع اندازه ذرات خاک دارای محدودیت‌هایی می‌باشد. مطالعه حاضر با هدف بررسی محدودیت‌ها و ارزیابی دامنه اندازه‌ای قابل کاربرد توابع توانی (دو مدل فرکتالی جرم-پایه) در توصیف توزیع اندازه ذرات خاک انجام شده است. توزیع اندازه ذرات اولیه خاک با روش هیدرومتری در ۳۲ نمونه خاک در ۸ کلاس مختلف بافتی تعیین گردید. نتایج برازش مدل‌ها بر داده‌های توزیع اندازه ذرات نشان داد که این مدل‌ها دارای توانایی مطلوبی در توصیف کمی تمام دامنه ذرات کوچکتر از ۲۰۰۰ میکرون نیستند ($R^2 = 0.7461$)، و بهترین محدوده کاربردی آنها در دامنه ذرات کوچکتر از ۵۴ میکرون می‌باشد ($R^2 = 0.9716$). این شرایط می‌تواند کاربرد توابع توانی در توصیف منحنی توزیع اندازه ذرات خاک‌های شنی را محدود نماید. بررسی‌ها همچنین نشان دادند که کاربرد مدل‌های فرکتالی در خاک‌های رسی در محدوده ذرات کوچکتر از ۲۴ میکرون از دقت قابل قبولی برخوردار می‌باشد. نتایج این پژوهش نشان داد که بیش از ۷۰٪ تغییرات بعد فرکتالی ذرات به وسیله نسبت مقدار سیلت به رس نمونه‌ها، قابل توجیه است.

واژه‌های کلیدی: محدوده قابل کاربرد، توزیع اندازه ذرات، مدل‌های فرکتالی

مقدمه

استفاده می‌شود (کمبل ۱۹۸۵، وریکن و همکاران ۱۹۸۹). توزیع اندازه ذرات خاک معمولاً به صورت جرم تجمعی ذرات به عنوان تابعی از اندازه آنها نشان داده می‌شود. این تابع را می‌توان با استفاده از معادلات مختلفی نظیر مدل‌های لاگ-نرمال دو یا چند پارامتری (بوچان ۱۹۸۹ و

توزیع اندازه ذرات^۲ اولیه (PSD) که تفسیر کامل-تری از بافت خاک را ارائه می‌کند، مبنای ارزیابی بسیاری از ویژگی‌های فیزیکی خاک محسوب می‌شود و از آن به طور گسترده‌ای در تعیین خصوصیات هیدرولیکی خاک نظیر منحنی رطوبتی، و هدایت آبی اشباع و غیر اشباع

^۱ نویسنده مسئول، آدرس: کرج، خیابان دانشکده، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، گروه مهندسی علوم خاک

* دریافت: شهریور ۱۳۹۰ و پذیرش: اردیبهشت ۱۳۹۱

^۲ Particle Size Distribution (PSD)

$$\log\left(\frac{M_{<x}}{M_T}\right) = (3-D)\log(x) - a \quad (2)$$

$$a = (3-D)\log(x_m) \quad (3)$$

که برای هر خاک مقدار ثابتی می‌باشد. فیلگوئرا و همکاران (۲۰۰۳) تابع توانی را ارائه نمودند که در آن، جرم تجمعی ذرات کوچکتر از یک اندازه معین به عنوان تابعی از زمان سقوط ذره در سوسپانسیون می‌باشد. این محققین فرض نمودند که توزیع جرم-اندازه ذرات سوسپانسیون به صورت فرکتالی بوده و رابطه بین زمان، چگالی سوسپانسیون و بعد فرکتالی ذرات را به دست آوردند. معادله (۴) رابطه بین جرم ذرات کوچکتر از یک اندازه معین ($\langle x \rangle$) موجود در سوسپانسیون را به عنوان تابعی از زمان ته‌نشینی توصیف می‌نماید:

$$\frac{M_{<x}}{M_T} \approx \left(\frac{2L^{\frac{3-D}{2}}}{(5-D)B^{\frac{3-D}{2}} X_{Lu}^{3-D}} \right) t^{\frac{D-3}{2}} \quad (4)$$

که L و B ثابت‌های معادله، X_{Lu} مرز بالایی قطر ذراتی که دارای رفتار فرکتالی هستند، D بعد فرکتالی ذرات و t زمان از شروع رسوب‌گذاری می‌باشد. فیلگوئرا و همکاران (۲۰۰۳) شکل خطی معادله (۴) را در مقیاس لگاریتمی به صورت زیر ارائه نمودند:

$$\log\left(\frac{M_{<x}}{M_T}\right) \approx \log\left(\frac{2L^{\frac{3-D}{2}}}{(5-D)B^{\frac{3-D}{2}} X_{Lu}^{3-D}}\right) + \frac{D-3}{2}\log t \quad (5)$$

به طور کلی استفاده صحیح از توابع فرکتالی برای اجسام طبیعی، مستلزم تعیین محدوده قابل کاربرد این مدل‌ها است (ترکت ۱۹۸۶). بسیاری از محققین بعد فرکتال PSD را برای تمام محدوده ذرات کوچکتر از ۲ میلی‌متر مورد استفاده قرار دادند. لیو و همکاران (۲۰۰۹) بعد فرکتال تیلر و ویت کرافت را در توصیف PSD خاک و در محدوده ذرات کوچکتر از ۲ میلی‌متر برآورد نمودند و بیان داشتند که همبستگی بین بعد فرکتال PSD و ذرات ۱-۲ میلی‌متری بسیار کم می‌باشد. سیو و همکاران (۲۰۰۴) گزارش نمودند که بعد فرکتال PSD برای ذرات کوچکتر از ۱ میلی‌متر معتبر است. تیلر و ویت‌کرافت (۱۹۹۲) مدل فرکتالی خود (معادله ۱) را برای ذرات اولیه خاک در محدوده اندازه‌ای ۰/۵ تا ۵۰۰۰ میکرون به کار بردند و مشاهده نمودند که این مدل در تمام این محدوده معتبر نمی‌باشد. وو و همکاران (۱۹۹۳) نیز سه محدوده قابل کاربرد توابع توانی را برای ذرات خاک مشخص نمودند که مرزهای بین این محدوده‌های معتبر شامل ۰/۱-۰/۰۵ و ۱۰-۵۰۰۰ میکرون بودند. فیلگوئرا و همکاران (۲۰۰۶) نیز

بوچان و همکاران (۱۹۹۳)، مدل دو نمایی شیوازاوا و کمبل (۱۹۹۱)، مدل چهار پارامتری فردلانند (فردلانند و همکاران ۲۰۰۰)، و یا توابع توانی (نظیر مدل‌های فرکتالی) به صورت ریاضی بیان نمود. میزان دقت برازش مدل‌های مختلف بر داده‌های تجربی PSD، تحت تاثیر نوع کلاس بافتی و یا مقدار رس خاک قرار می‌گیرد (هوانگ و همکاران ۲۰۰۲). بوچان (۱۹۸۹) مشاهده نمود که PSD کلاس‌های بافتی رس سیلتی، لوم رسی سیلتی، و لوم سیلتی به خوبی از توابع لاگ‌نرمال پیروی می‌نماید، اما در بافت‌های دیگری مانند لوم رسی شنی، رس شنی، و اغلب خاک‌های با رس زیاد، توجیه منحنی PSD نیازمند ارائه توابع پیچیده‌تری است. روسوا (۱۹۹۷) دو نوع مدل‌نمایی و توانی ارائه نمود و صحت آنها را جهت برازش بر منحنی PSD مورد بررسی قرار داد. وی نشان داد که دقت برازش مدل‌ها بیش از هر چیز، متأثر از نوع بافت خاک است. تعبیر فرکتالی توزیع اندازه ذرات خاک نیز متکی بر وجود یک رابطه توانی بین تعداد و قطر ذرات است و معمولاً به صورت تعداد تجمعی ذرات بزرگتر از یک اندازه معین در مقابل قطر ذرات نشان داده می‌شود (تیلر و ویت‌کرافت ۱۹۸۹، وو و همکاران ۱۹۹۳). شکل دیگری از نمایش توزیع فرکتالی ذرات نیز به وسیله برخی محققین ارائه شده است که به صورت جرم تجمعی ذرات کوچکتر از یک اندازه معین در مقابل قطر ذرات ترسیم می‌شود. بر این اساس تیلر و ویت‌کرافت (۱۹۹۲) مدل فرکتالی را بر پایه جرم ذرات اولیه خاک توسعه دادند. آنها با فرض ثابت بودن جرم ویژه ذرات در دامنه اندازه‌ای مورد آزمایش، رابطه تعداد-اندازه را به صورت جرم تجمعی ذرات کوچکتر از یک اندازه معین بیان کردند. این محققین محدودیت‌های مدل‌های مبتنی بر تعداد-اندازه را نیز مورد بررسی قرار داده و نشان دادند زمانی که بعد فرکتالی از طریق تخمین تعداد ذرات از مقدار جرم آنها به دست می‌آید، غالباً بیش از مقدار واقعی برآورد می‌شود. آنها رابطه توانی زیر را بر مبنای جرم نرمال شده ذرات کوچکتر از یک اندازه معین به شکل ارائه نمودند:

$$\frac{M_{<x}}{M_T} = \left(\frac{x}{x_{\max}}\right)^{3-D} \quad (1)$$

که $M_{<x}$ و M_T به ترتیب جرم تجمعی ذرات کوچکتر از یک اندازه معین و جرم کل نمونه خاک، $M_{<x}/M_T$ نسبت نرمال شده جرم در هر بخش اندازه‌ای، x_{\max} قطر بزرگترین ذرات در نمونه مورد آزمایش می‌باشد. اگر از طرفین معادله فوق لگاریتم بگیریم این رابطه به صورت تابع خطی زیر در می‌آید:

با استفاده از مدل جرم- زمان محدوده اندازه‌ای سیلت و رس (کوچکتر از ۵۳ میکرون) را دارای رفتار فرکتالی گزارش نمودند. پرسپرنی و پروجینی (۲۰۰۸) نیز گزارش کردند که یک تابع توانی به تنهایی قادر به توصیف PSD خاک در تمام دامنه اندازه‌ای ذرات نیست. آنها نمودار PSD را به دو محدوده اندازه‌ای مجزا تفکیک نمودند به طوری که هر کدام از این محدوده‌ها به تنهایی دارای رفتار فرکتالی باشند (شکل ۱). بر این اساس در تحقیق حاضر، محدودیت‌های کاربردی توابع توانی (مدل‌های فرکتالی فیلگوئرا و همکاران، ۲۰۰۳ و تیلر و ویت‌کرافت، ۱۹۹۲) مورد ارزیابی قرار گرفته و بهترین دامنه اندازه‌ای قابل کاربرد (محدوده معتبر) این توابع برای توصیف PSD خاک در کلاس‌های مختلف بافتی تعیین گشته است. همچنین، رابطه بین بعد فرکتالی برآوردی در محدوده اندازه‌ای معتبر، و مقدار نسبی هر یک از ذرات اولیه خاک (رس، سیلت و شن) مورد بررسی قرار گرفت.

مواد و روش‌ها

توزیع اندازه ذرات ۳۲ نمونه خاک در ۸ کلاس مختلف بافتی (جدول ۱) به روش گی و بادر (۱۹۸۶) تعیین شدند. به این منظور خاک‌های هوا خشک نرم شده، از غربال دو میلی‌متری عبور داده شدند. حذف مواد آلی در نمونه‌هایی که بیش از ۲ درصد ماده آلی داشتند با استفاده از محلول ۳۰ درصد آب اکسیژنه (H_2O_2) صورت گرفت و از اثر همآوری سایر عوامل پیوندی مانند آهنک و اکسیدهای آهن و منگنز به دلیل مقادیر ناچیز آنها صرف- نظر گردید. سپس جرم معینی از هر یک از این نمونه‌ها با محلول پراکنش (هگزامتاسفات سدیم ۰/۵٪) تیمار شدند. به منظور تعیین جرم و تفکیک اندازه‌ای ذرات شن، نمونه‌های تیمار شده از الک ۵۳ میکرون عبور داده شدند و مواد زیر الک نیز به طور کامل به مزور یک لیتری منتقل گردیدند. نمونه‌های باقی مانده بر روی الک، پس از خشک شدن، روی سری غربال‌های ۱، ۰/۵، ۰/۲۵، و ۰/۱۵ میلی‌متر قرار گرفتند تا جرم این ذرات در هر یک از بخش‌های اندازه‌ای مذکور به طور جداگانه به دست آید. جرم ذرات موجود در مزور یک لیتری نیز در هر بخش اندازه‌ای به روش ته- نشینی و با استفاده از هیدرومتر بایکاس (H ۱۵۲) اندازه- گیری و محاسبه شدند. قرائت هیدرومتر در زمان- های ۳۰، ۴۰، ۶۰ ثانیه، ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰ دقیقه، و ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۱۲، ۲۴، و ۴۸ ساعت به همراه اندازه‌گیری دما صورت گرفت. داده‌های جرم در قرائت‌های هیدرومتر به صورت درصد تجمعی جرم ذرات کوچک‌تر از یک اندازه معین به دست آمدند. لگاریتم مقادیر جرم ذرات هر نمونه خاک در مقابل لگاریتم قطر ذرات ($\text{Log}(d)$) و نیز

لگاریتم زمان ته‌نشینی ذرات در سوسپانسون ($\text{Log}(t)$) ترسیم گردید و ضرایب معادلات (معادلات ۲ و ۵) به دست آمد. مقایسه ضرایب رگرسیون معادلات (۲) و (۵) با استفاده از آزمون دو طرفه t انجام شد (زار ۱۹۹۹). مقادیر بعدهای فرکتالی تیلر و ویت‌کرافت (D_t) و فیلگوئرا و همکاران (D_f) به ترتیب از طریق برازش معادلات (۲) و (۵) بر داده‌های PSD خاک‌های مورد مطالعه به دست آمدند و سپس با استفاده از آزمون t به صورت جفتی مورد سنجش قرار گرفتند. به منظور تعیین محدوده قابل کاربرد مدل‌های فرکتالی (معادلات ۲ و ۵)، بهترین دامنه اندازه‌ای ذرات روی نمودار جرم- اندازه ذرات و یا جرم- زمان به روش حذف گام به گام در نرم افزار اکسل تعیین گردید (فیلگوئرا و همکاران ۲۰۰۶). این کار به گونه‌ای انجام شد که با حذف نقاط بالایی نمودار، بالاترین ضریب تبیین (R^2) خط رگرسیون به دست آید. در چنین شرایطی محدودتر نمودن دامنه اندازه‌ای در جایی متوقف شد که دیگر با ادامه حذف نقاط، افزایش ضریب تبیین (بهبود برازش) به کمتر از یک درصد رسیده باشد (فیلگوئرا و همکاران ۲۰۰۶).

نتایج و بحث

جدول ۱ درصد نسبی ذرات اولیه را در خاک‌های مورد مطالعه نشان می‌دهد. کمترین مقادیر نسبی شن، سیلت و رس به ترتیب ۶، ۱۸ و ۱۶ درصد، و بیشترین مقادیر این ذرات به ترتیب ۶۶، ۵۹ و ۵۹ درصد، محدوده نسبتاً وسیع اندازه ذرات را در خاک‌های مورد مطالعه نشان می‌دهد. همان گونه که جدول (۱) نشان می‌دهد این محدوده اندازه‌ای شامل ۸ کلاس مختلف بافتی از رسی تا لوم شنی است. به نظر می‌رسد، محدوده اندازه‌ای ذرات و تنوع PSDها در کلاس‌های بافتی نمونه‌های مورد آزمایش می‌تواند نتایج این تحقیق را در بررسی محدودیت‌های کاربردی توابع توانی در توصیف PSD خاک عمومیت بیشتری بخشد.

نخست، معادلات (۲) و (۵) در دامنه اندازه‌ای کوچکتر از ۲۰۰۰ میکرون بر داده‌های توزیع اندازه ذرات برازش داده شدند که نتایج به دست آمده حاکی از پایین بودن نسبی دقت برازش مدل‌های مذکور بود. ضرایب تبیین در دامنه یاد شده برای نمونه‌های مورد مطالعه، در محدوده ۰/۸۷۲۴-۰/۶۳۷۹ با میانگین ۰/۷۴۶۱ قرار داشت که با محدود کردن این دامنه به ذرات کوچکتر از ۵۴ میکرون و در برخی از نمونه (مثلاً نمونه‌های ۱ تا ۱۱) به کوچکتر ۲۴ میکرون، به میانگین ۰/۹۷۱۶ رسید. مقایسه نتایج بالا نشان می‌دهد که در کلاس‌های بافتی مورد مطالعه، استفاده از این مدل‌ها در سراسر محدوده اندازه‌ای ذرات

فرکتالی واحد در محدود ۰/۸۷۲۴-۰/۶۳۷۹ بدست آمد. جدول ۱ نشان می‌دهد که در محدوده کلاس‌های بافتی مورد مطالعه، به طور متوسط ۷۱/۹۳ درصد از ذرات کوچکتر از ۲ میلی‌متر، بیشترین تبعیت از مدل‌ها (۰/۹۷۱ = R^2) را دارند که بیان‌کننده ماهیت فرکتالی این دسته از ذرات می‌باشد. همچنین در خاک‌هایی که درصد شن کمتری داشتند (مانند نمونه‌های ۱ تا ۱۱) مقدار نسبی ذراتی که بیشترین تبعیت از مدل‌ها را داشتند ($M_{<X_{Li}}$)، بیشتر می‌باشد. بر این اساس به نظر می‌رسد که استفاده از این مدل‌ها برای بافت شنی به دلیل دارا بودن مقادیر بالایی از ذرات درشت‌تر از ۵۳ میکرون از دقت پایینی برخوردار بوده، و ممکن است، بعد فرکتالی برآوردی در این قبیل خاک‌ها، فاقد صحت و دقت قابل قبولی باشد.

شکل (۳) لگاریتم درصد تجمعی جرم ذرات را به عنوان تابعی از لگاریتم اندازه ذرات و شکل (۴) نیز این مقادیر را به عنوان تابعی از لگاریتم زمان ته نشینی ذرات برای کلاس‌های بافتی مورد مطالعه نشان می‌دهند. بررسی ضرایب تبیین برازش مدل‌ها نشان داد که توابع توانی در محدوده اندازه‌ای سیلت به طور مناسبی قادر به توصیف توزیع اندازه ذرات خاک می‌باشند. این یافته با نتایج فیلگوئرا و همکاران (۲۰۰۶) مبنی بر این که که توابع توانی در دامنه ۵۰-۱ میکرون ذرات خاک از دقت برازش بالاتری برخوردارند، مطابقت دارد. محققین مذکور ضرایب تبیین رگرسیون در برازش خطی توابع توانی بر داده‌های اندازه ذرات را برای ۳۴ نمونه مختلف خاک بین ۰/۹۲۲ تا ۰/۹۹۸ گزارش نمودند. آزمون t ضرایب رگرسیون‌های خطی (شیب خطوط رگرسیون، b_x و b_y) حاصل از برازش معادلات (۲) و (۵) برای هر یک از نمونه‌ها در محدوده قابل کاربرد، اختلاف معنی‌داری را در سطح یک درصد نشان داد، که مبین تفاوت خطوط رگرسیون حاصل از برازش معادلات فوق‌الذکر بر داده‌ها می‌باشد. کمترین مقدار بعد فرکتالی ذرات خاک‌های مطالعه شده در محدوده قابل کاربرد، ۲/۵۶۴ برای خاک لوم سیلنتی با ۱۸ درصد رس و ۵۴ درصد سیلت، و بیشترین مقدار برابر ۲/۸۲۷ برای خاک رسی با ۵۹ درصد رس و ۳۱ درصد سیلت به دست آمد (جدول ۱). همچنین بین مقادیر بعد فرکتالی برآورد شده به وسیله دو مدل جرم-اندازه تیلر و ویت-کرافت (۱۹۹۲)، و جرم-زمان فیلگوئرا و همکاران (۲۰۰۳) تفاوت معنی‌داری ($P < 0.001$) مشاهده نشد. فیلگوئرا و همکاران (۲۰۰۶) نیز عدم تفاوت معنی‌دار بین مقادیر بعد فرکتالی برآوردی این دو مدل برای داده‌های PSD را گزارش نمودند.

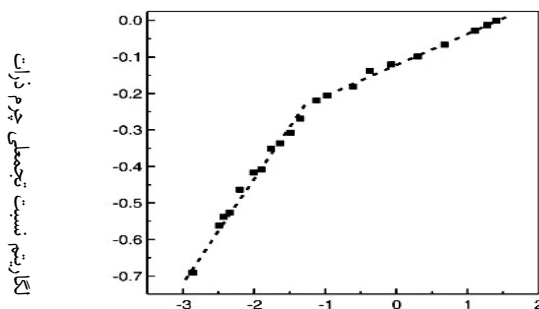
کوچکتر از ۲۰۰۰ میکرون از دقت کافی در توصیف منحنی توزیع اندازه ذرات خاک برخوردار نمی‌باشد. بر این اساس و به منظور تعیین دامنه اندازه‌ای مناسب، استفاده از روش حذف گام به گام نقاط و محدود نمودن دامنه کاربردی مدل‌ها تا حصول بیشترین ضریب تبیین و کمترین مقدار خطا ادامه پیدا نمود، به طوری که در وضعیت نهایی، ضرایب تبیین حاصل از معادله (۲)، در محدوده ۰/۹۲۵ تا ۰/۹۹۴ قرار گرفت (جدول ۱). نتایج به دست آمده، بهبود دقت برازش و افزایش قابل توجه مقادیر ضرایب تبیین رگرسیون‌ها (R_x^2 و R_y^2) را در اثر حذف نقاطی از بالای منحنی جرم-اندازه و یا جرم-زمان و محدود کردن دامنه اندازه‌ای ذرات تا مرز تقریبی شن و سیلت نشان می‌دهند (جدول ۱). جدول (۱) همچنین نشان می‌دهد که تقریباً در نیمی از خاک‌های مورد مطالعه شامل نمونه‌های شماره ۱ تا ۱۱، با بیش از ۴۰ درصد رس، و نمونه‌های ۱۷، ۱۹، ۲۶ و ۳۲ با میزان رس کمتر، کاهش محدوده اندازه‌ای ذرات به کوچکتر از ۲۴ میکرون سبب افزایش قابل ملاحظه ضرایب تبیین رگرسیون‌ها و بهبود دقت برازش می‌گردد و از آن پس با ادامه حذف نقاط، دیگر تفاوت معنی‌داری در مقادیر ضرایب و بعد فرکتالی مشاهده نمی‌شود. نکته قابل توجه آنکه تمام خاک‌های رسی مورد مطالعه و به طور کلی همه نمونه‌هایی که بیش از ۴۰ درصد رس داشتند، واجد چنین محدودیتی بودند (جدول ۱). در سایر موارد (نمونه‌های شماره ۱۲ تا ۳۱ به جز شماره‌های ۱۷، ۱۹ و ۲۶)، محدوده کاربردی مدل‌ها، بزرگتر و شامل ذرات کوچک‌تر از ۵۴ میکرون می‌باشند. به طور کلی به نظر می‌رسد که ذرات خاک، تنها در محدوده اندازه‌ای معینی دارای رفتار فرکتالی بوده و مدل‌های فرکتالی که مبتنی بر توابع توانی توسعه یافته‌اند، قادر به توجیه تغییرات جرم با اندازه، و یا با زمان ته‌نشینی ذرات در تمام دامنه ذرات اولیه خاک نیستند. این نتیجه، گزارشات سایر محققین (تیلر و ویت-کرافت ۱۹۹۲، کزاک و همکاران ۱۹۹۶، فیلگوئرا و همکاران ۲۰۰۶) در خصوص محدودیت کاربرد توابع توانی در توصیف منحنی توزیع اندازه ذرات خاک و مرزهای صحیح استفاده از توابع توانی را مورد تأیید قرار می‌دهد. پرسپینی و پروجینی (۲۰۰۸) دو بخش جداگانه را در منحنی PSD تشخیص دادند و برای هر بخش یک تابع توانی ساده را به طور مجزا برازش داده و نهایتاً دو مقدار برای بعد فرکتالی ذرات اولیه خاک به دست آوردند. در پژوهش حاضر نیز وجود چند بخش اندازه‌ای مجزا در منحنی PSD خاک‌های مورد مطالعه مشاهده گردید به طوری که برازش یک مدل فرکتالی واحد بر تمام این بخش‌ها از دقت پایینی برخوردار بود (شکل ۲). مقادیر ضرایب تبیین حاصل از برازش مدل

سیلت به رس می‌تواند بیش از ۷۰ درصد تغییرات بعد فرکتالی نمونه‌ها را در محدوده به کار رفته توجیه نماید (شکل ۵)، به طوری که کمترین مقدار بعد فرکتالی ذرات (۲/۵۶۴) در خاک لوم سیلتی (خاک شماره ۲۵) با نسبت سیلت به رس ۳، و بیشترین مقدار بعد فرکتالی (۲/۸۲۷) در خاک رسی (خاک شماره ۱) با کمترین نسبت سیلت به رس (۰/۵۴) به دست آمد. جدول (۲) نیز میزان اثرات توأم ذرات رس و سیلت را در یک رگرسیون خطی چندگانه بر بعدهای فرکتالی برآورد شده به وسیله معادلات (۲) و (۵) (D_t و D_x) نشان می‌دهد.

نتیجه‌گیری

نتایج این پژوهش نشان داد که توزیع اندازه ذرات کوچکتر از شن به خوبی از تابع توانی (مدل‌های فرکتالی) پیروی می‌کند، در حالی که این توابع در توصیف توزیع اندازه ذرات در ابعاد ۲۰۰۰-۵۳ میکرون از دقت لازم برخوردار نیستند. به همین دلیل استفاده از این توابع برای دامنه پیوسته‌ای از ذرات کوچکتر از ۲ میلی‌متر منطقی به نظر نمی‌رسد. به‌طورکلی نتایج نشان داد که بیش از ۷۰ درصد ذرات کوچکتر از ۲ میلی‌متر (در کلاس‌های بافتی مورد مطالعه)، بیشترین تبعیت از توابع توانی را نشان می‌دهند. از آنجا که توزیع اندازه ذرات بزرگتر از سیلت در خاک‌های مورد مطالعه به خوبی از توابع توانی پیروی نکرد، به نظر می‌رسد استفاده از این مدل‌ها در خاک‌های شنی از دقت پایینی برخوردار بوده و ممکن است بعد فرکتالی برآوردی در این خاک‌ها، فاقد صحت و دقت قابل قبولی باشد. از این رو کاربرد این مدل‌ها در خاک‌های درشت بافت و به ویژه در کلاس بافتی شنی به تحقیقات بیشتری نیاز دارد. همچنین نتایج این پژوهش نشان داد که تغییرات بعد فرکتالی ذرات در دامنه قابل کاربرد، به میزان زیادی به وسیله نسبت مقدار سیلت به رس نمونه‌ها کنترل می‌گردد.

شکل (۵) تغییرات بعد فرکتالی ذرات خاک‌های مورد مطالعه را به عنوان تابعی از درصد ذرات اولیه نشان می‌دهد. شکل (الف) نشان می‌دهد که بعد فرکتالی با افزایش مقدار نسبی ریزترین ذرات (رس‌ها) افزایش می‌یابد ($r=0/6063, P<0.001$). فیلگوئرا و همکاران (۲۰۰۶) رابطه خطی و مثبتی را بین مقادیر رس و بعد فرکتالی ذرات در محدوده اندازه‌ای ۱-۵۰ میکرون مشاهده نمودند، این محققین به میزان همبستگی این رابطه و معنی‌داری آن اشاره‌ای نکردند. هوانگ و ژان (۲۰۰۲)، ارساهین و همکاران (۲۰۰۶)، و سو و همکاران (۲۰۰۴) نیز گزارش کردند که بعد فرکتالی ذرات اولیه خاک با افزایش رس افزایش، و با افزایش درصد شن کاهش می‌یابد. با توجه به این که مقادیر بعد فرکتالی به دست آمده برای ذرات خاک در محدوده سیلت و رس (محدوده معتبر) تعیین شده است، لذا انتظار می‌رود با افزایش مقدار ذرات درشت‌تر (سیلت)، همبستگی منفی بین تغییرات بعد فرکتالی و مقدار نسبی ذرات سیلت مشاهده شود. نتایج نیز همبستگی منفی ($-0/6155$) و معنی‌داری ($P<0.001$) را بین درصد سیلت موجود در نمونه و اندازه بعد فرکتالی نشان می‌دهد (شکل ب). به عبارت دیگر با افزایش مقدار نسبی سیلت، بعد فرکتالی ذرات (در محدوده کوچکتر از ۵۰ میکرون) به صورت معنی‌داری کاهش می‌یابد. مطابق انتظار اثر تغییرات شن بر تغییرات مقادیر بعد فرکتالی در محدوده قابل کاربرد خاک‌های مورد مطالعه نیز معنی‌دار نبود. همبستگی بسیار پایین درصد شن و بعد فرکتالی برآوردی در محدوده معتبر در شکل (ج) مشاهده می‌شود. بیتلی و همکاران (۱۹۹۹) کاهش مقدار بعد فرکتالی ذرات را در محدوده اندازه‌ای سیلت خاک‌های مورد مطالعه با کاهش درصد شن نمونه‌ها گزارش نمودند. با توجه به محدوده کاربردی مدل‌های مورد استفاده در این تحقیق، بین بعد فرکتالی به دست آمده و نسبت مقدار سیلت به رس نمونه‌ها همبستگی قوی منفی ($-0/8384$)، و معنی‌داری مشاهده شد ($P<0.001$). ضریب تبیین این رابطه نیز نشان می‌دهد که نسبت مقادیر ذرات



لگاریتم اندازه ذرات (میلی‌متر)

شکل ۱- نمودار تمام لگاریتمی توزیع اندازه ذرات و خطوط رگرسیون در دو محدوده اندازه‌ای (خط چین خطوط رگرسیون را نشان می‌دهد) (پرسپیرینی و پروجینی ۲۰۰۸)

جدول ۱- درصد ذرات خاک، بعد فرکتالی، ضرایب رگرسیون و پارامترهای دقت برازش مدل‌های فرکتالی مورد استفاده

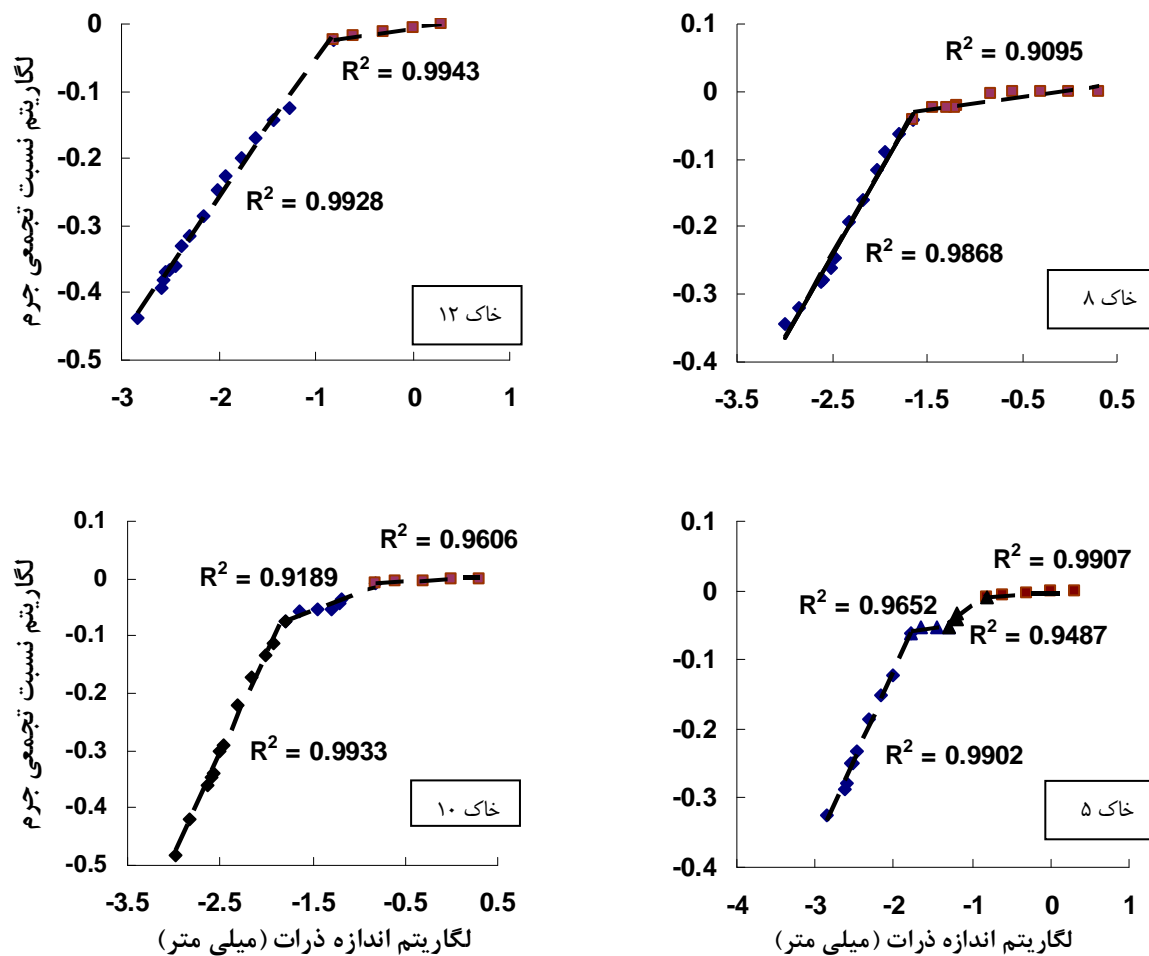
ردیف	بافت	%شن	%سیلت	%رس	b_x	R_x^2	b_t	R_t^2	D_x	D_t	X_{Lu} (μm)	$M_{<X_{Lu}}$ %
۱	رسی	۱۰	۳۱	۵۹	-/۱۷۳	/۹۸۲	-/۰.۸۵	/۹۸۲	۲/۸۲۷	۲/۸۳۰	۲۳/۱۵	۸۸/۱۶
۲	رسی	۹	۳۸	۵۳	-/۲۲۸	/۹۸۵	-/۱۱۱	/۹۸۵	۲/۷۷۲	۲/۷۷۸	۲۲/۸۶	۸۹/۰۳
۳	رسی	۱۲	۳۶	۵۲	-/۲۱۳	/۹۷۵	-/۱۰۴	/۹۷۵	۲/۷۸۷	۲/۷۹۲	۲۳/۲۷	۸۶/۱۵
۴	رسی	۱۰	۳۸	۵۲	-/۲۰۶	/۹۸۲	-/۱۰۰	/۹۸۲	۲/۷۹۴	۲/۸۰۰	۲۳/۱۵	۸۷/۱۶
۵	رسی	۱۲	۳۸	۵۰	-/۲۳۱	/۹۷۸	-/۱۱۳	/۹۷۸	۲/۷۶۹	۲/۷۷۴	۲۲/۸۵	۸۸/۲۴
۶	رسی	۱۵	۳۵	۵۰	-/۲۰۷	/۹۷۶	-/۱۰۱	/۹۷۶	۲/۷۹۳	۲/۷۹۸	۲۳/۱۷	۸۱/۰۹
۷	رسی	۱۸	۳۶	۴۶	-/۲۳۲	/۹۸۴	-/۱۱۴	/۹۸۴	۲/۷۶۸	۲/۷۷۲	۲۳/۱۴	۸۱/۶۸
۸	رس سیلتی	۶	۴۳	۵۱	-/۲۴۵	/۹۸۶	-/۱۲۰	/۹۸۶	۲/۷۵۵	۲/۷۶۰	۲۲/۸۷	۹۰/۸۷
۹	رس سیلتی	۸	۵۰	۴۲	-/۳۲۵	/۹۹۱	-/۱۵۸	/۹۹۱	۲/۶۷۵	۲/۶۸۴	۲۳/۰۸	۸۹/۴۱
۱۰	رس سیلتی	۱۲	۴۶	۴۲	-/۳۳۱	/۹۸۶	-/۱۶۱	/۹۸۶	۲/۶۶۹	۲/۶۷۸	۲۳/۱۰	۸۷/۶۴
۱۱	رس سیلتی	۱۴	۴۵	۴۱	-/۲۹۹	/۹۷۷	-/۱۴۳	/۹۷۷	۲/۷۰۱	۲/۷۱۴	۲۰/۸۲	۷۹/۷۹
۱۲	لومرسی	۲۵	۳۶	۳۹	-/۲۰۱	/۹۸۲	-/۰.۹۹	/۹۸۲	۲/۷۹۹	۲/۸۰۲	۵۲/۹۴	۷۱/۹۰
۱۳	لومرسی	۲۱	۴۵	۳۴	-/۲۱۳	/۹۲۷	-/۱۰۴	/۹۲۷	۲/۷۸۷	۲/۷۹۲	۴۸/۷۶	۷۲/۰۰
۱۴	لومرسی	۲۸	۳۸	۳۴	-/۲۳۷	/۹۳۰	-/۱۱۶	/۹۳۰	۲/۷۶۳	۲/۷۶۹	۴۹/۴۲	۶۷/۵۰
۱۵	لومرسی	۳۱	۳۹	۳۰	-/۲۴۴	/۹۸۷	-/۱۱۷	/۹۸۷	۲/۷۵۶	۲/۷۶۶	۵۳/۷۴	۷۰/۱۷
۱۶	لومرسی	۳۶	۳۵	۲۹	-/۲۳۷	/۹۷۴	-/۱۱۶	/۹۷۴	۲/۷۶۳	۲/۷۶۸	۵۳/۴۳	۶۲/۱۳
۱۷	لومرسی	۴۰	۳۱	۲۹	-/۲۸۷	/۹۷۵	-/۱۴۲	/۹۷۵	۲/۷۱۳	۲/۷۱۶	۲۳/۵۷	۵۹/۴۵
۱۸	لومرسی	۲۸	۴۴	۲۸	-/۲۲۵	/۹۴۵	-/۱۱۰	/۹۴۵	۲/۷۷۵	۲/۷۸۰	۴۹/۹۷	۷۰/۶۵
۱۹	لومرسی	۴۱	۳۲	۲۷	-/۳۲۸	/۹۸۲	-/۱۶۲	/۹۸۲	۲/۶۷۲	۲/۶۷۶	۲۳/۷۲	۵۷/۵۰
۲۰	لومرسی سیلتی	۱۰	۵۴	۳۶	-/۲۸۸	/۹۶۱	-/۱۳۸	/۹۶۱	۲/۷۱۲	۲/۷۲۴	۴۹/۵۲	۸۷/۳۴
۲۱	لومرسی سیلتی	۱۱	۵۴	۳۵	-/۲۹۶	/۹۶۰	-/۱۴۲	/۹۶۰	۲/۷۰۴	۲/۷۱۵	۴۷/۰۰	۸۴/۸۱
۲۲	لومرسی سیلتی	۱۸	۵۵	۲۷	-/۳۵۵	/۹۴۸	-/۱۷۱	/۹۴۸	۲/۶۴۵	۲/۶۵۸	۴۸/۱۳	۷۶/۲۵
۲۳	لومرسی سیلتی	۲۳	۵۷	۲۰	-/۴۰۵	/۹۲۵	-/۱۹۵	/۹۲۵	۲/۵۹۵	۲/۶۱۰	۴۸/۵۰	۷۳/۷۵
۲۴	لومرسی سیلتی	۲۲	۵۹	۱۹	-/۳۷۱	/۹۴۸	-/۱۷۹	/۹۴۸	۲/۶۲۹	۲/۶۴۱	۴۹/۲۵	۷۴/۷۵
۲۵	لومرسی سیلتی	۲۰	۵۸	۲۲	-/۴۳۵	/۹۳۴	-/۲۱۰	/۹۳۴	۲/۵۶۴	۲/۵۷۹	۴۹/۶۱	۷۸/۶۶
۲۶	لومرسی شنی	۴۹	۲۵	۲۶	-/۲۵۳	/۹۸۱	-/۱۲۴	/۹۸۱	۲/۷۴۷	۲/۷۵۲	۲۳/۱۰	۴۶/۲۰
۲۷	لومرسی شنی	۴۷	۲۹	۲۴	-/۲۵۰	/۹۹۴	-/۱۲۲	/۹۹۴	۲/۷۵۰	۲/۷۵۶	۵۰/۱۹	۵۲/۸۲
۲۸	لوم	۴۲	۳۵	۲۳	-/۳۰۵	/۹۸۷	-/۱۴۸	/۹۸۷	۲/۶۹۵	۲/۷۰۴	۴۹/۵۲	۵۷/۸۵
۲۹	لوم	۴۰	۳۸	۲۲	-/۲۶۹	/۹۸۴	-/۱۳۱	/۹۸۴	۲/۷۳۱	۲/۷۳۸	۵۰/۸۰	۵۲/۰۸
۳۰	لوم	۳۱	۵۰	۱۹	-/۴۲۲	/۹۸۹	-/۲۰۳	/۹۸۹	۲/۵۷۸	۲/۵۹۳	۴۸/۳۲	۶۶/۰۰
۳۱	لوم	۵۰	۳۲	۱۸	-/۲۵۹	/۹۹۰	-/۱۲۷	/۹۹۰	۲/۷۴۱	۲/۷۴۶	۵۲/۱۳	۴۲/۴۸
۳۲	لوم شنی	۶۶	۱۸	۱۶	-/۲۶۷	/۹۸۵	-/۱۳۲	/۹۸۵	۲/۷۳۳	۲/۷۳۶	۲۳/۶۹	۳۱/۰۰
میانگین		۲۵/۱۶	۴۰/۶۳	۳۴/۲۲	-/۲۷۶	/۹۷۱	-/۱۳۴	/۹۷۱	۲/۷۰۸	۲/۷۳۰	۳۷/۴۰	۷۱/۹۳

b_x و b_t به ترتیب ضرایب رگرسیون‌های معادلات (۲) و (۵). R_x^2 و R_t^2 به ترتیب ضرایب تبیین معادلات (۲) و (۵). D_x و D_t به ترتیب مقادیر بعد فرکتالی برآوردی از معادلات (۲) و (۵). X_{Lu} مرز بالایی قطر ذراتی (میکرون) که دارای رفتار فرکتالی هستند (بهترین محدوده قابل کاربرد مدل‌های فرکتالی بکار رفته). $M_{<X_{Lu}}$ درصد ذرات با قطر کمتر از X_{Lu} که رفتار فرکتالی نشان می‌دهند.

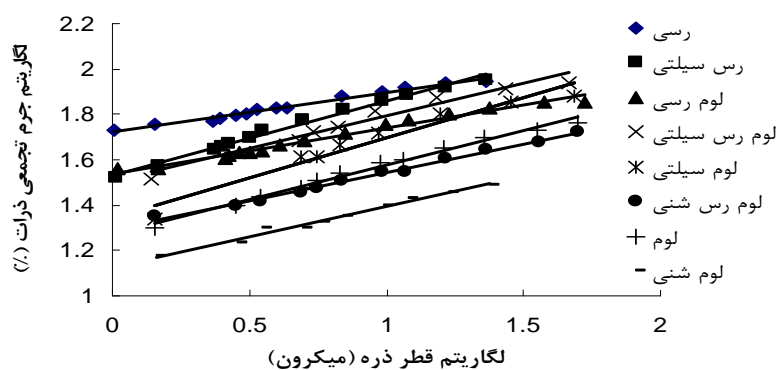
جدول ۲- اثرات تلفیقی رس و سیلت بر بعد فرکتالی در یک رگرسیون خطی چند گانه (D_x و D_t)

D_t بعدهای فرکتالی برآوردی از معادلات ۲ و ۵)

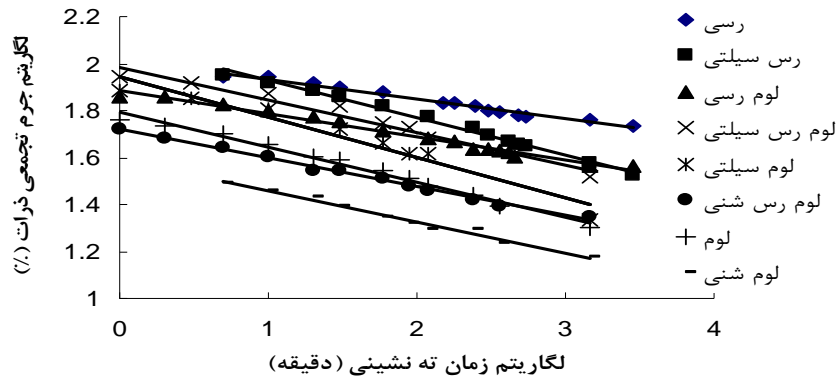
بعد فرکتالی	ضریب همبستگی	ضریب تبیین	عدد ثابت	ضریب سیلت	ضریب رس
D_x	۰/۸۲۸**	۰/۶۹۰**	۲/۷۷۸	-/۰/۴	۰/۳
D_t	۰/۸۲۰**	۰/۶۷۲**	۲/۷۷۶	-/۰/۳	۰/۳



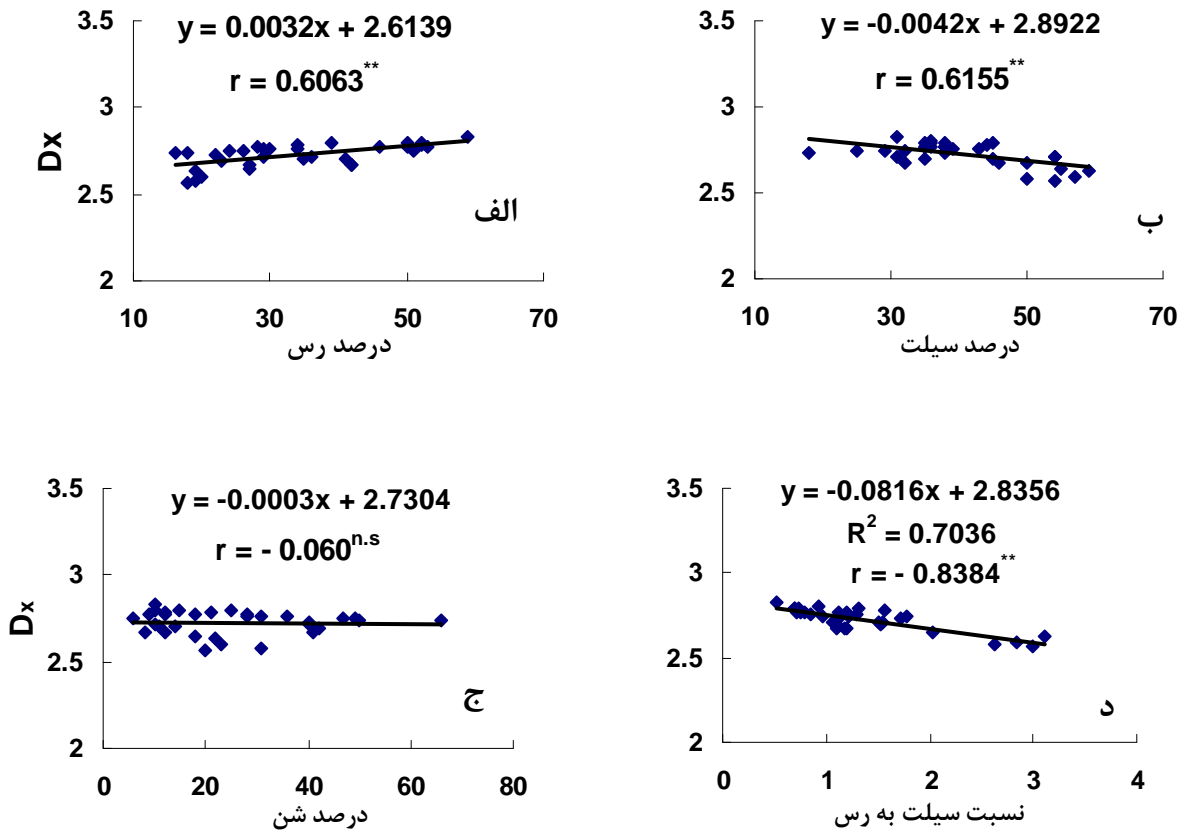
شکل ۲- نمودار تمام لگاریتمی توزیع اندازه ذرات و خطوط رگرسیون در محدوده‌های اندازه‌ای در ۴ نمونه خاک‌های مورد مطالعه (خط چین خطوط رگرسیون را نشان می‌دهد)



شکل ۳- تغییرات لگاریتم درصد جرم تجمعی ذرات ته نشین شده به عنوان تابعی از لگاریتم قطر ذرات در بافت‌های مختلف



شکل ۴- تغییرات لگاریتم درصد جرم تجمعی ذرات به عنوان تابعی از لگاریتم زمان ته نشینی ذرات در بافت‌های مختلف.



شکل ۵- تغییرات بعد فرکتالی ذرات در محدوده معتبر در مقابل مقدار نسبی ذرات (D_x بعد فرکتالی حاصل از برازش معادله (۲)، r و R^2 به ترتیب ضرایب همبستگی و تبیین خطوط رگرسیون می‌باشند)

فهرست منابع:

1. Bittelli, M., G.S. Campbell, and M. Flury. 1999. Characterization of particle-size distribution in soil with a fragmentation model. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 63:782–788.
2. Buchan, G.D. 1989. Applicability of the simple lognormal model to particle-size distribution in soils. *Soil Sci.* 147:155–161.
3. Buchan, G.D., K.S. Grewal, and A.B. Robson. 1993. Improved models of particle-size distribution: An illustration of model comparison techniques. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 57:901–908.
4. Campbell, G.S. 1985. *Soil physics with BASIC: Transport models for soil-plant systems.* Elsevier, Amsterdam.
5. Ersahin, S., H. Gunal, T. Kutlu, B. Yetgin, and S. Coban. 2006. Estimating specific surface area and cation exchange capacity in soils using fractal dimension of particle-size distribution. *Geoderma* 136: 588-597.
6. Filgueira, R.R., L.L. Fournier, C.I. Cerisola, P. Gelati, and M.G. Garcia. 2006. Particle-size distribution in soils: A critical study of the fractal model validation. *Geoderma* 134: 327-334.
7. Filgueira, R.R., Y.A. Pachepsky, and L.L. Fournier. 2003. Time–mass scaling in soil texture analysis. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 67:1703–1706.
8. Fredlund, M.D., D.G. Fredlund, and G.W. Wilson. 2000. An equation to represent grain size distribution. *Can. Geotech. J.* 37:817–827.
9. Gee, G.W., and J.W. Bauder. 1986. Particle- size analysis, In: Klute, A., et al. (Ed.), *Methods of soil Analysis. Part1, Physical and mineralogical methods*, seconded. ASA, Inc., Madison, WI, pp. 383–411.
10. Huang, G.H., and W.H. Zhan. 2002. Fractal property of soil particle size distribution and its application. *Acta Pedologica Sinica* 39, 490–497.
11. Hwang, I.I.S., P.L Kwang, S.L. Dong, and S.E. Powers. 2002. Models for estimating soil particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 66, 1143–1150.
12. Kozak, E., Y.A. Pachepsky, S. Sokolowski, Z. Sokolowska, and W. Steniewski. 1996. A modified number-based method for estimating fragmentation fractal dimensions of soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 60:1291–1297.
13. Liu, X., G. Zhang, G.C. Heathman, Y. Wang, and C.Huang. 2009. Fractal features of soil particle-size distribution as affected by plant communities in the forested region of Mountain Yimeng, China. *Geoderma.* 154:123-130.
14. Mandelbrot, B.B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature.* Freeman, New York.
15. Prosperini N. and D. Perugini. 2008. Particle Size Distributions of Some Soils from the Umbria Region (Italy): Fractal Analysis and Numerical Modelling, *Geoderma*, 145 (3-4), 185-195.
16. Rousseva, S.S. 1997. Data transformations between soil texture schemes. *Eur. J. Soil Sci.* 8:749–758.
17. Shiozawa, S., and G.S. Campbell. 1991. On the calculation of mean particle diameter and standard deviation from sand, silt, and clay fractions. *Soil Sci.* 152:427–431.
18. Su, Y.Z., H. L. Zhao, W.Z. Zhao and T.H. Zhang. 2004. Fractal features of soil particle size distribution and the implication for indicating desertification. *Geoderma.* 122: 43-49.
19. Turcotte, D.L. 1986. Fractals and fragmentation. *J. Geophys. Res.* 91:1921–1926.
20. Tyler, SW., and S.W. Wheatcraft. 1992. Fractal scaling of soil particle-size distributions: analysis and limitations. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 56:362–369.

21. Vereecken H., J. Maes, J. Feyen, and P. Darius. 1989. Estimating the soil moisture retention characteristic from texture, bulk density, and carbon content. *Soil Sci.* 148:389–403.
22. Wu, Q., M. Borkovec, and S. Sticher. 1993. On particle size distributions in soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 57:883–890.
23. Zar, J.H. 1999. *Biostatistical analysis*. Pearson Education, London, UK.